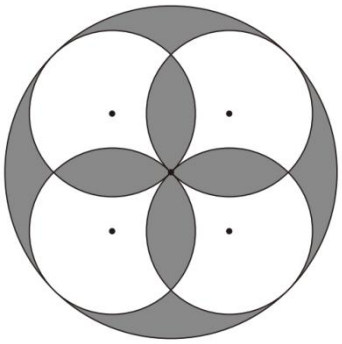
Silver35-Silver36 经典题型解析

1. 图形的基本知识

(1) S35-1 级题目

如下图所示，半径 10cm 的圆内有 4 个半径 5cm 的圆。连接 4 个小圆的中心，会形成一个正方形。

关于涂色部分的图形，请回答下列问题。



① 请计算周长（　　）cm　　② 请计算面积（　　）㎠

① 先来看如何计算周长

涂色部分的周长 = 大圆的周长 + 4 个小圆的周长

观察图形：阴影的外边界是大圆一圈；阴影内部每一条曲线都是小圆的圆弧，刚好凑齐 4 个完整小圆的周长。

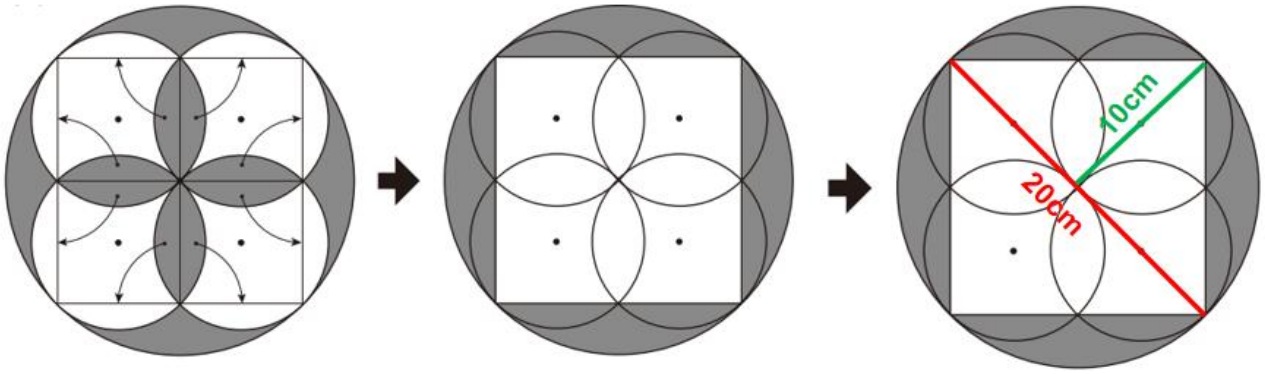
大圆周长：

C 大=2πR=2×π×10=20π　　C 小=2πR=2×π×5=10π　　4 个小圆周长=4×10π=40π

总周长 C 总=20π+40π=60×3.14=188.4cm

② 再来看如何计算面积

可以通过割补发来进行解题，把中间 4 片花瓣阴影，割下来补到正方形外面大圆的空白区域。割补完成后，涂色阴影部分刚好等于：大圆面积 － 正方形面积 （图 1-图 2）。



图一　　图二　　图三

如何来求正方形的面积呢?

通过添加两条辅助线（图 3），即大圆的直径、小圆的直径.即可得出两个直角三角形的面积，也就是正方形的面积：

直角三角形面积：S=20×10÷2=100 **㎠**

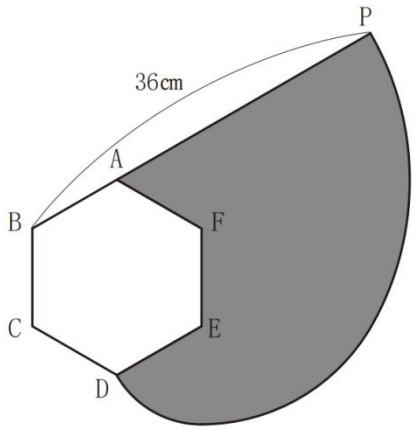
正方形面积：S=100×2=200 ㎠

大圆面积：S=πR²=3.14×10²=314 **㎠**

阴影部分面积：S=314-200=114 **㎠**

(2) S35-2 级题目

如下图所示，固定的正六边形 ABCDEF 的周围缠绕着一根线，线的一端在顶点 D 处。将这根线从点 D 开始，紧绷着捋到 BA 的延长线上。当 BP=36cm 时，求线经过后（涂色部分）的面积。



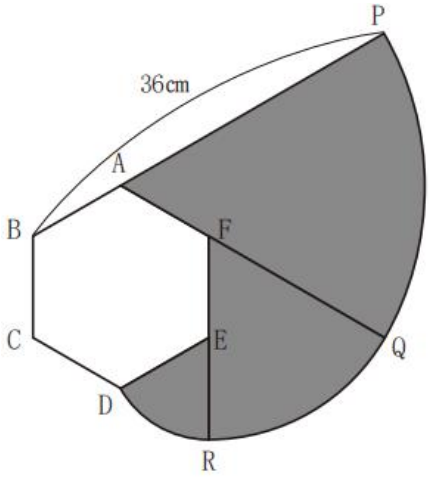
核心知识点：

扇形面积，正六边形内角，绳子拉紧扫出来的阴影是 3 个扇形。先记住：正六边形每条边长度相等；正六边形外角 = 60°，所以每个扇形的圆心角都是 60°。

讲解过程：

第一步：先求正六边形的边长

BP=36cm ，绳子绕正六边形，一共跨过了 4 条边长，所以：边长=36÷4=9cm



三个扇形半径分别是：

1. 扇形 APQ：半径 AP=3×9=27cm

2. 扇形 FQR：半径 FQ=2×9=18cm

3. 扇形 ERD：半径 ER=1×9=9cm

简单理解：绳子每绕过一个顶点，扇形半径就减少 1 个边长 9cm。

第二步：为什么扇形圆心角是 60°?

正六边形每个内角是 120°。绳子绷紧转弯，扫出来扇形的角，是正六边形的外角：180°-120°=60°

圆心角 60 度的扇形，面积就是整个圆面积的 60/360=1/6

第三步：分别算出 3 个扇形面积（π取 3.14）

扇形面积公式：圆面积×1/6

(1) 半径 27cm 扇形：$3.14\times27^2\times1/6=3.14\times729\div6=381.51$

(2) 半径 18cm 扇形：$3.14\times18^2\times1/6=3.14\times324\div6=169.56$

(3) 半径 9cm 扇形：$3.14\times9^2\times1/6=3.14\times81\div6=42.39$

(4) 第四步：三个扇形相加，得到涂色总面积，$381.51+169.56+42.39=563.46cm^2$

课堂讲解话术：

1. 这根绳子紧紧拉直，绕着六边形往外翻开，扫出来的阴影不是一整块，是 3 个独立扇形。

2. 绳子总长 BP=36cm，刚好等于 4 条六边形边长，所以一条边长：36÷4=9 厘米。

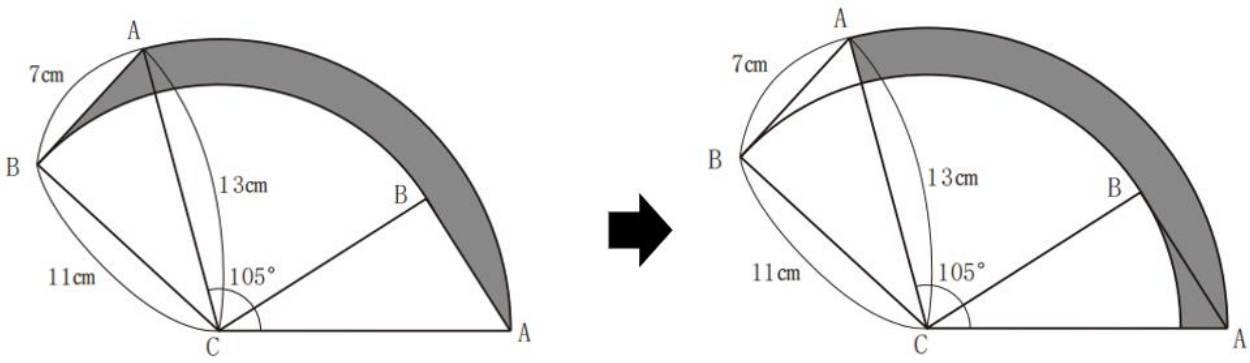
3. 每转过一个顶点，扇形半径就短 9 厘米：27、18、9。

4. 正六边形内角 120°，绳子转弯张开的角度是 60°。60 度占整个圆 360 度的 1/6，所以每个扇形都是对应大圆的六分之一。

5. 把三个扇形面积加起来，就是涂色总面积：593.46 平方厘米。

(3) S35-3 级题目

下图是将边长 AB=7cm，BC=11cm，AC=1cm 的三角形 ABC 以点 C 为中心旋转 105°后的图形。涂色部分表示边 AB 经过后的区域。请计算涂色部分的面积。



解题分析：

思路核心：旋转前后，三角形大小不变，可以把小三角形割掉补到另一边。涂色面积 = 大扇形 − 小扇形（扇环的一部分）

三角形绕 C 点旋转 105°：

A 点绕 C 转 105°，画出半径 AC=13cm 的大圆弧

B 点绕 C 转 105°，画出半径 BC=11cm 的小圆弧

原来的△ABC，旋转之后得到新三角形。

涂色区域里面，多出来的空白三角形，正好就是旋转后的三角形。我们可以割补：把旋转后的空白三角形拿走，替换成原来的△ABC。所以涂色面积 =【圆心角 105°、半径 13cm 的大扇形面积】−【圆心角 105°、半径 11cm 的小扇形面积】

扇形面积=整圆面积×圆心角/360°

圆心角都是 105°，所以都要乘 105/360

S 涂色=S 大扇形-S 小扇形=$3.14\times13^2\times105/360-3.14\times11^2\times105/360=3.14\times105/360\times(13^2-11^2)$

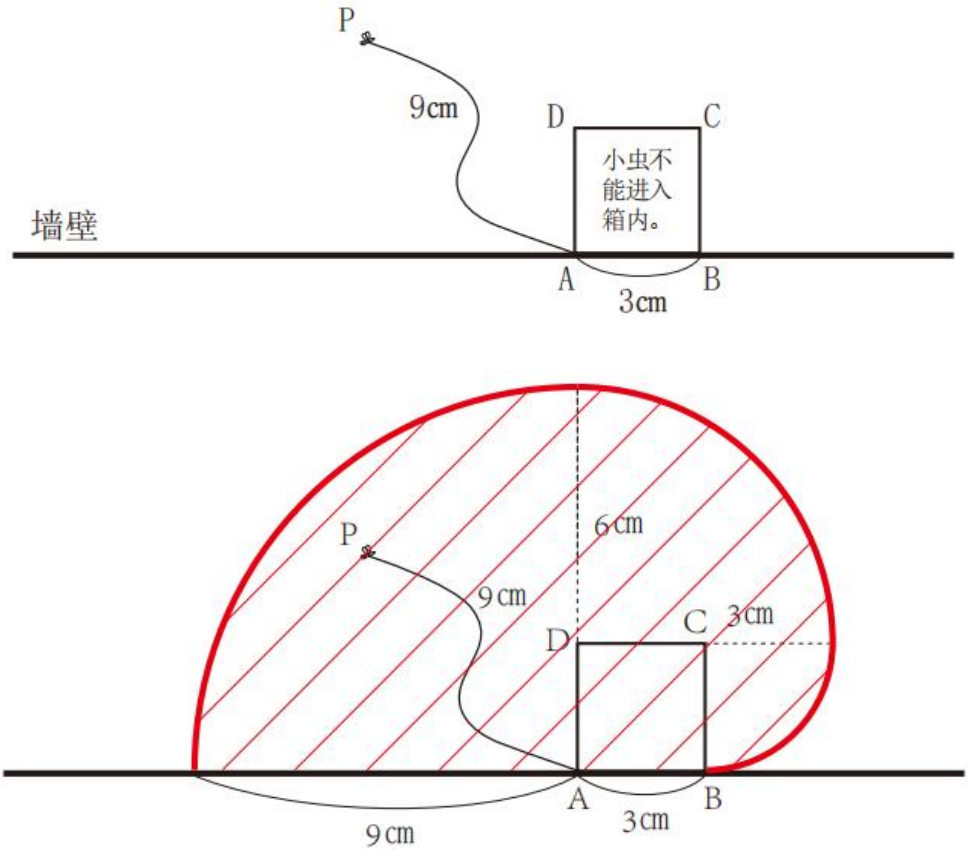
$=43.96cm^2$

课堂讲解话术：

大家看这张图提示：所求面积和涂色部分相同，割补！三角形旋转，形状大小完全不变。AB 这条边扫出来的灰色区域，看着形状很奇怪。但是旋转之后，右下角那个空白三角形，和左上角原来的三角形一模一样！我们可以把右下角空白三角形 “割掉”，补回左上角。补完之后，灰色部分就变成：一个大扇形挖掉里面一个小扇形！两个扇形圆心角都是旋转角度 105°，大半径 AC=13cm，小半径 BC=11cm。用大扇形减小扇形，直接算出涂色面积。

(4) S36-1 级题目

如下图所示，在平直的墙面上有一个边长是 3cm 的正方形箱子。在 A 点，用 9cm 长的绳子拴着一只小虫 P。请画出虫 P 的可活动范围，并用斜线表示。



核心分析：

核心模型：绳子拉紧，绕过拐角，半径变短；每一段都是扇形，把多个扇形拼在一起就是小虫活动范围。

箱子是正方形，边长 3cm，A 点拴绳子，绳总长 9cm。墙壁是底边直线。

课堂讲解话术：

我们想象：一根绳子拴在 A 点，小虫跑圈。

① 往左走：没有箱子挡着，绳子全长 9cm 可以拉开。但是下面是墙壁，虫子不能钻墙，所以只能向上、向左转，最多转 270 度，是四分之三个大圆。

② ② 往右走：绳子碰到箱子的角 B！箱子占掉 3cm 绳子，剩下只有 6cm 绳子可以活动。正方形箱子挡住下方，虫子只能在 B 点上方转 90°，也就是四分之一个小圆。所以小虫能去到的地方，就是这两块扇

形拼起来的区域。

易错提醒：

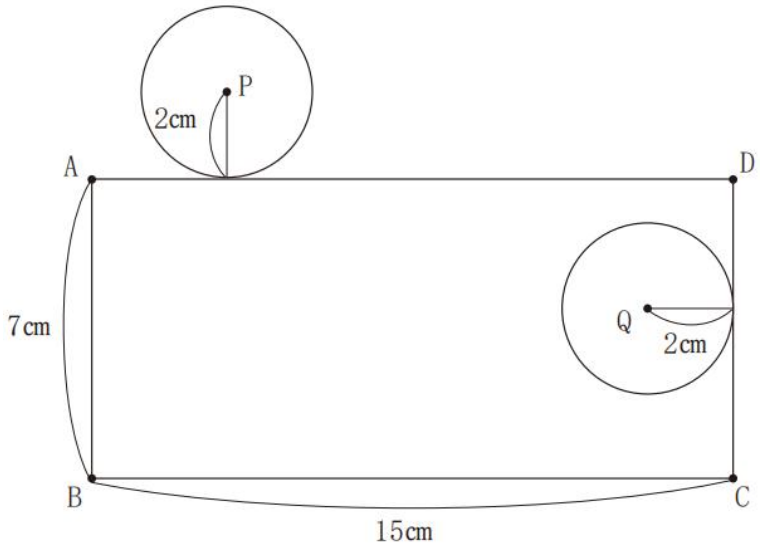
不要画成完整大圆！下方是墙壁，虫子不能钻墙，所以大扇形只有 270°。

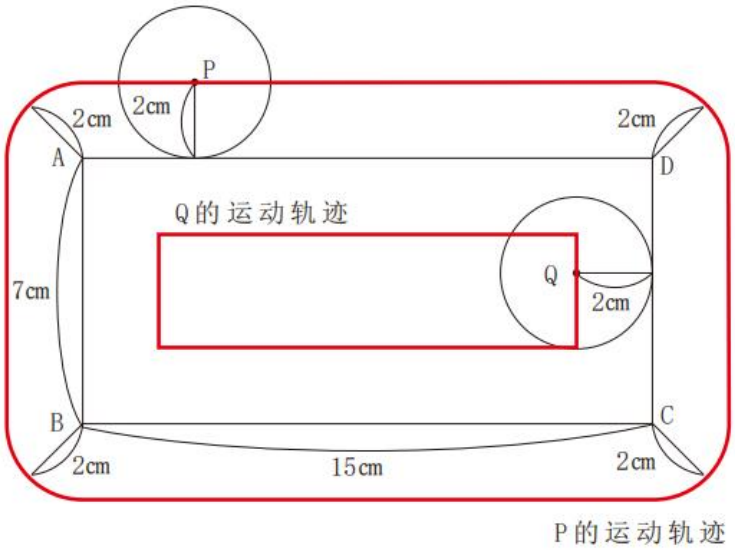
右边小扇形半径不是 9cm！绕过 B 点，绳子被箱子挡住 3cm，半径变成 6cm。

不能画进正方形箱子内部，题目说小虫不能进箱子。

(5) S36-2 级题目

有一个如下图所示的长 7cm、宽 15cm 的长方形。两个半径 2cm 的圆，分别沿长方形外侧和内侧的边滚动（不能滑动），请画出中心 P 和 Q 的运动轨迹。





核心知识点：圆心到接触边的距离永远等于圆的半径（2cm）。圆滚动的时候，圆心不会忽近忽远，始终保持和长方形边距离 = 半径 2cm。分两部分：外侧滚动圆心 P，内侧滚动圆心 Q。

先看外侧滚动（圆心 P 的轨迹，红色外圈）长方形长 15cm，宽 7cm；圆半径 2cm。沿着长方形直边滚动的时候，圆心 P，离长方形的边，固定保持 2cm。所以在直边对应的轨迹，是和长方形四条边互相平行的 4 条线段。

上下两条水平线段：长度和长方形长一样，都是 15cm

左右两条竖直线段：长度和长方形宽一样，都是 7cm

滚到长方形 4 个拐角（顶点 A、B、C、D）的时候圆要绕过直角顶点，不能滑动。原来贴着一条边，转弯去贴下一条边。这个时候圆心 P，会以长方形顶点为圆心，画一段 90° 的圆弧（四分之一圆），半径就是 2cm。长方形有 4 个直角拐角，4 个 1/4 圆，合起来刚好是 1 个完整的圆。

总结 P（外侧圆心轨迹）：4 条直线段（长 15、7、15、7） + 4 段 90° 圆弧（拼成 1 个半径 2cm 整圆）。也就是答案图外面红色的一圈。

总结一句话，圆沿着长方形外面滚，走直边的时候，圆心平行平移；碰到角落，圆心要绕顶点转一个四分之一圆弧转弯，4 个角转完刚好凑成一整个圆。

再看内侧滚动（圆心 Q 的轨迹，红色内圈小长方形）

圆在长方形里面贴着边滚动，圆心 Q 距离长方形内侧的边，永远是半径 2cm。

左右两边各往里缩 2cm；上下两边各往里缩 2cm。新轨迹长方形：长：15 - 2×2 = 11cm

宽：7 - 2×2 = 3cm

内侧拐角：圆在长方形内部滚到角落的时候长方形内角是 90°，圆进到角落，没有空间画圆弧！圆卡在长方形内角，无法继续贴着边转弯，所以内侧轨迹没有圆弧，只有长方形框。

Q 的轨迹就是一个小长方形，长 11cm，宽 3cm。

总结一句话，圆在长方形里面滚，圆心离内壁永远 2 厘米，四条边都向内收缩 2 厘米。内侧的直角角落，圆会被卡住，不能绕角画圆弧，所以轨迹就是一个干干净净的长方形，没有弯弧。

易错点提醒：

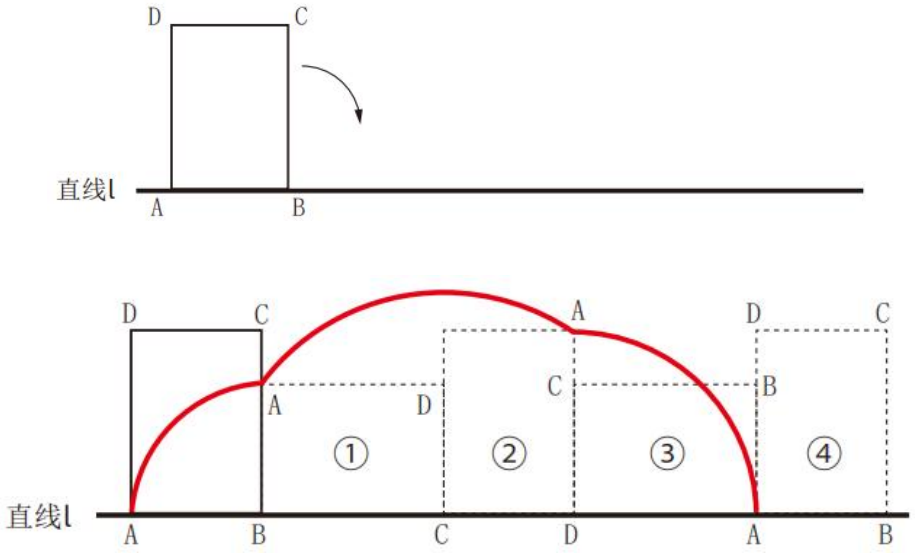
内外拐角不一样！外侧：圆在外面，过顶点可以绕弧，4 个角合起来 1 个整圆。内侧：圆在里面，内角卡住圆，不能画圆弧。

记住黄金规律：只要圆贴着直线滚动，圆心到直线距离永远等于半径。

不要把 P 轨迹的直线段加长，直线段长度等于原长方形边长。

(6) S36-3 级题目

如下图所示，有一个长方形 ABCD。长方形沿直线 l 按箭头方向翻转（不能滑动）。请画出点 A 所经过的轨迹。



核心知识：图形无滑动翻转，每次翻转，都是绕着接触地面的那个顶点旋转，A 点的轨迹是一段一段的圆弧。和前面绳子绕定点、圆滚动的题目属于同一大类：定点旋转，动点走圆弧。

已知图形

长方形 ABCD，一开始 A、B 两点踩在直线 l 上，箭头方向向右翻转，不能滑动。

分步拆解翻转过程（对照答案图里①②③④四个状态）

设长方形：AB 是底边，BC 是竖边。

第 1 次翻转：绕 B 点旋转（从原图→状态①）

长方形向右倒，支点是 B 点，B 不动。A 点绕 B 旋转，旋转角度 90°，半径 = AB 的长度。

轨迹：一段 90° 的圆弧（1/4 圆），圆心 B，半径 AB。

翻转完，BC 落到直线上，C 点接触地面。

第 2 次翻转：绕 C 点旋转（状态①→状态②）

继续向右翻，支点变成 C 点，C 不动。此时 A 点到 C 的距离，就是长方形对角线 AC。A 点绕 C 旋转 90°，半径 = 对角线 AC。 轨迹：第二段 90° 圆弧，圆心 C，半径 AC。翻转完，CD 落到直线上，D 点接触地面。

第 3 次翻转：绕 D 点旋转（状态②→状态③）

继续向右翻，支点变成 D 点，D 不动。A 点绕 D 旋转(90°，半径 = AD（也就是 BC 的长度）。

轨迹：第三段 90° 圆弧，圆心 D，半径 AD。翻转完，DA 落到直线上，A 重新落到直线 l 上，回到地面。

把这三段圆弧首尾连起来，就是 A 点完整的运动轨迹（答案图红色曲线）。再继续翻转就重复这个循环。

课堂讲解话术：

想象把这个长方形像积木一样，向右推倒，不打滑。翻转的时候，**贴着地面的那个角，就是旋转中心（圆心），它原地不动。

第一次倒：以 B 为圆心，A 绕 B 画四分之一圆弧；

继续倒：支点换成 C，A 就绕 C 画四分之一圆弧；

再继续倒：支点换成 D，A 绕 D 画四分之一圆弧；

每一次翻转，圆心都会换！点 A 不会走直线，只要在翻转，它就在绕支点画圆弧，一段一段接在一起。

易错提醒：

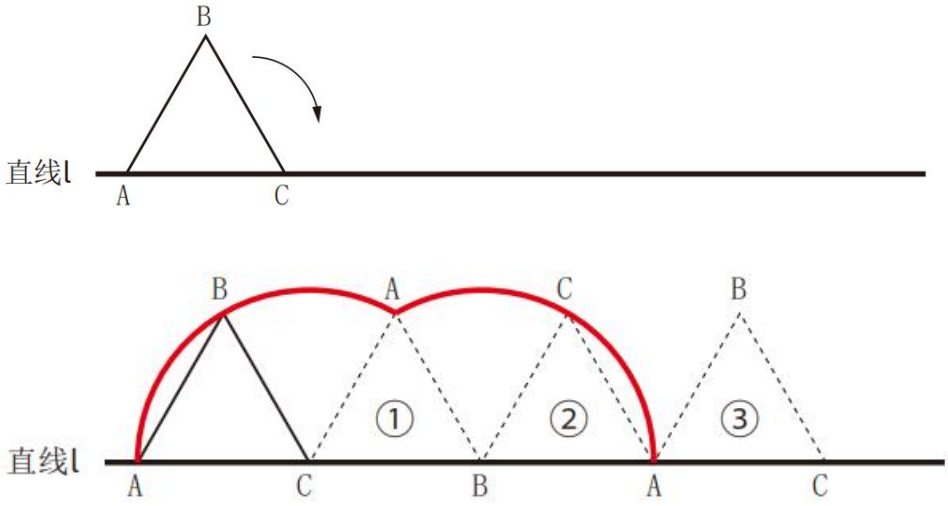
A 点不是走折线！翻转过程 A 一直在空中画圆弧，不是直线。

每次翻转，圆心（支点）会变，不是固定一个圆心！

支点判断：哪一个顶点压在地面直线上不动，它就是这次旋转的圆心。

(7) S36 等级测试

如下图所示,等边三角形 ABC。三角形沿直线 l 按箭头方向翻转（不能滑动）。请画出点 A 所经过的轨迹。



核心知识：

图形无滑动翻转，每次翻转，压在地面上不动的顶点就是旋转圆心；A 点的轨迹是一段一段圆弧。

已知条件

△ABC 是等边三角形，三条边长度相等，每个内角都是 60°。初始状态：A、C 在直线 l 上，箭头向右翻转，不滑动。

分步拆解翻转（对照答案图①②③）

等边三角形内角 60°，翻转时，绕支点转过的角度是：180°-60°=120°。

第 1 次翻转：绕 C 点旋转（原图 → 状态①）

三角形向右倒，支点是 C 点，C 固定不动。A 点绕 C 旋转，旋转角度 120°，半径 = 边长 AC。

第一段轨迹：圆心 C、半径 = 边长、圆心角 120° 的圆弧。翻转结束，CB 落到直线上，B 点接触地面。

第 2 次翻转：绕 B 点旋转（状态① → 状态②）

继续向右翻，支点换成 B 点，B 固定不动。A 点绕 B 旋转 120°，半径 = 边长 AB。第二段轨迹：圆心 B、半径 = 边长、圆心角 120° 的圆弧。翻转结束，AB 落到直线上，A 点重新落回直线 l。

两段圆弧首尾相连，就是 A 点一整个翻转周期的轨迹（答案图红色弧线）。再继续翻转，就重复这个循环。

课堂讲解话术：

想象等边三角形像积木一样向右推倒，不能打滑。翻转时，压在地面、不动的那个顶点，就是旋转的圆心！等边三角形每个内角是 60 度，翻倒的时候，A 点在空中划过的角度不是 60°，而是 120°。

第一次翻：支点 C 不动，A 绕 C 画一段 120° 圆弧；

继续翻：支点换成 B 不动，A 绕 B 再画一段 120° 圆弧；两段圆弧连起来，就是 A 点走过的轨迹。翻完两次，A 重新落到地面，完成一轮翻转。

易错提醒：

旋转角不是 60°！等边三角形内角 60°，翻转时 A 转过的圆心角是 120°。

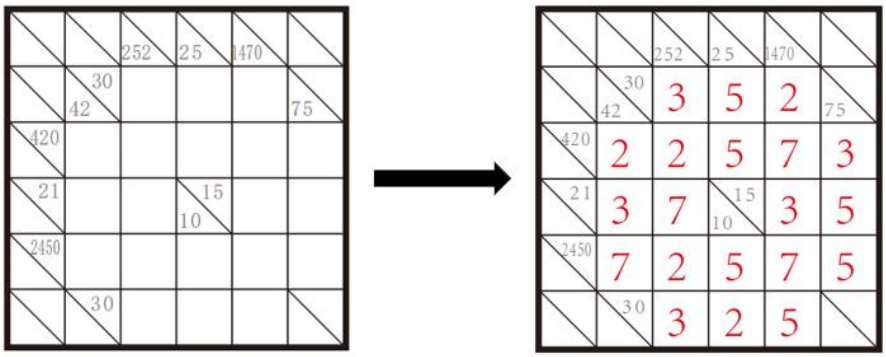
A 点不走直线，在空中是圆弧。

找支点口诀：谁贴地不动，谁就是圆心；圆心到 A 的距离就是半径。

2. 质数迷宫

质数：又称素数，是指在大于 1 的自然数中，除了 1 和它本身以外不再有其他因数的自然数。也就是说，一个大于 1 的自然数，如果只能被 1 和它本身整除，那么这个数就是质数。例如，2、3、5、7 和 11 都是质数，因为它们只能被 1 和它们自身整除。

质数迷宫，需在方格中填写质数，使各行各列的乘法成立。已有的数字表示对应的各行各列所有数字的乘积。所填数字可以重复出现。



3. 星状数独

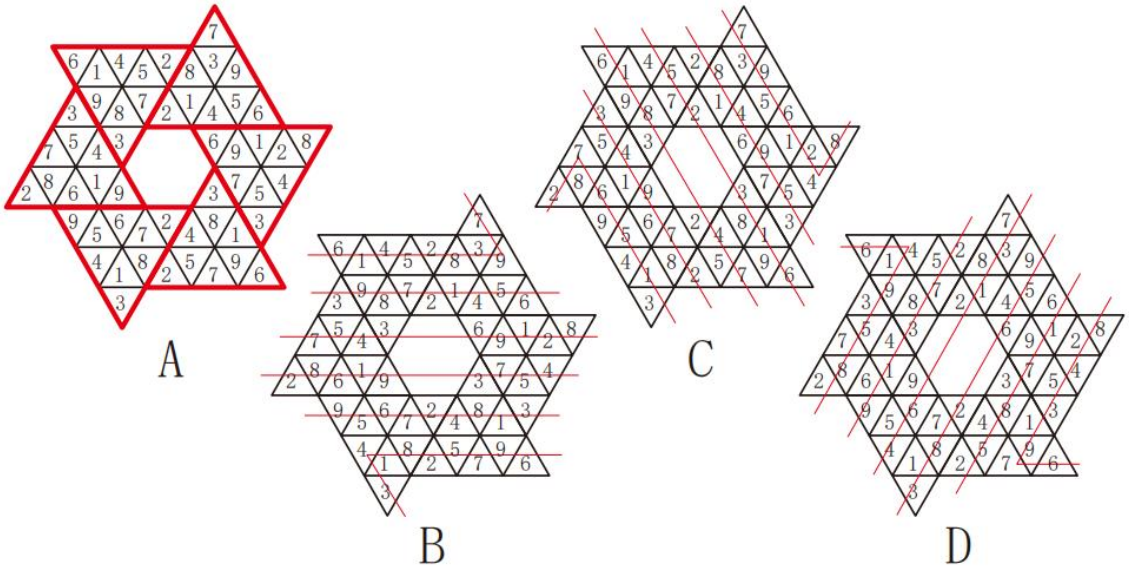
数独是一种非常著名的数学游戏。是一种运用纸、笔进行演算的逻辑游戏。“数”是数字的意思，“独”是唯一的意思。学生需要根据盘面上的已知数字，推理出所有剩余空格的数字，并满足每一行、每一列、每一个粗线框出的宫内的数字均包含 1-N，且不可重复。要求学生根据已知数字和解题条件，通过观察与

推理得出答案，以此培养学生的观察能力、逻辑推理能力以及解决问题的能力。

这是六角星（大卫之星），由 6 个互相重叠的**大三角形组成。普通数独：行、列、3×3 九宫*3 个约束。

星状数独：大三角形 + 三组方向斜线，一共 4 个约束（A/B/C/D），约束更多，要同时满足 4 个条件。

在每个三角形内分别填入 1～9 中的数字，使 A，B，C，D 四种情况都成立。



6 个大三角形（A 的红框）：每个大三角内部 9 格，1~9 各出现一次，不能重复。

三组方向的直线（B/C/D 三组斜线）：沿着同一个方向拉一条直线，穿过的所有小三角形，数字不能重复。

重点：一个小三角格子，会同时属于 1 个大三角形+ 1 条 B 方向直线 +1 条 C 方向直线+1 条 D 方向直线

填数字的时候，这 4 个条件全部都要满足！

4. 横纵计算

此类习题，最重要的是要让学生读懂解题规则

【规则】

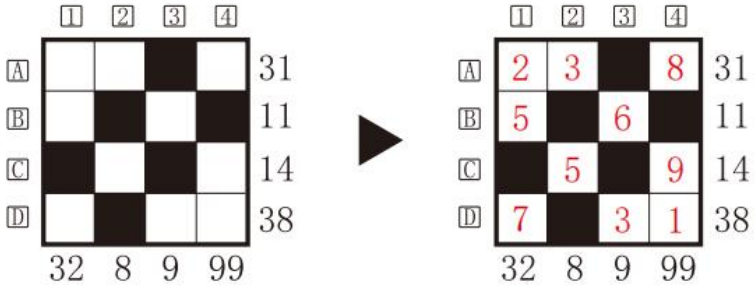
①在每一个方格内分别填入 1～9 的数字。

②可以使用相同的数字，但在同一行或列中不允许有相同的数字。

③ 横行方格中，2 个连续方格组成的两位数+1 个方格的数=行右侧的结果（23+8=31）

④ 竖列方格中，1 个方格的数+2 个连续方格组成的两位数=列下方的结果（8+91=99）

⑤ 横行方格中，无连续方格出现，1 个方格的数+1 个方格的数=行右侧的结果（5+6=11）



重难点：读懂什么时候拼成两位数，什么时候直接相加。

重难点 1：只要两个白格子紧紧挨在一起（横向相邻 / 纵向相邻）→拼成两位数。

重难点 2：两个白格子中间隔黑色方块，不相邻 → 两个数字直接相加。

一定要拿例题对比，让学生圈出黑方块，判断格子是否相连。很多学生分不清什么时候拼两位数。

重难点 3：区分横行规则、竖列规则。横行：左右相邻拼两位数；竖列：上下相邻拼两位数。很多学生会把竖列左右拼，或者横行上下拼。

学生一旦明确解题规则后，需要按照规则反复进行逻辑推理、有序试数。在推理过程中，感知位值概念。

【位值概念：理解十位、个位，比如数字 1 和 2 放在一起，不是 1+2，而是 12（位值是小学重难点）】

5. 推算密码

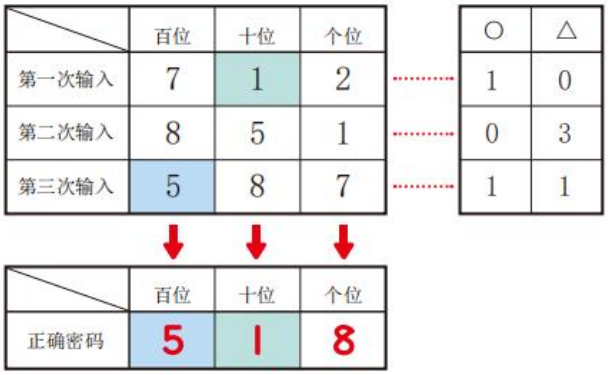
首次解决这类问题时，学生需要先把规则理解明白，再拆解例题，最后做题。

第一步：讲清楚 3 条规则（重中之重，拿例题辅助理解）

①密码是 1～9 的数字，且各数字只能使用一次。

②数字和数位都正确的个数，计入◯栏内。

③数字正确，但数位不正确的个数，记入△栏内。



分析规则：

① 密码是 1～9 的数字，每个数字只能用一次（两位数，十位、个位数字不一样）

② ◯：数字对，位置（数位）也对，一个 ◯ 代表 1 个。

例：密码 518，输入 581，5 在百位，位置对，记 1 个 ◯

③ △：数字本身是密码里有的，但是放错位置了，一个△代表 1 个。例：密码 518，输入 851，8、5、1 数字全都对，但位置全错，记 3 个△。

重难点：

难点 1：区分○ 和△的含义（最大难点），很多孩子混淆：以为△是 “错的数字”。

纠正：○ 和 △都代表数字是密码里存在的，差别只看位置对不对。

○ ：数字对 + 位置对

△：数字对 + 位置错

不在 ○△里的数字：密码根本没有这个数。

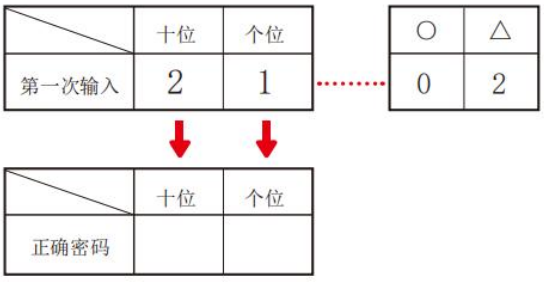
重点 1：○ =0 很重要！○等于 0，说明：本次猜测的所有数字，没有一个站对位置！

重点 2：密码数字不重复两位数，两个数字不能一样，所以不用考虑 11、22 这种情况。

总结：

○ ：数字对，站对地方；　　△ ：数字对，站错地方；　　没标记：数字不存在。

分析题目：



看本题条件

两位数密码：十位、个位，两个数字不重复。第一次输入：2　1，结果：○ =0，△ =2

翻译条件，带着学生读：

◯ =0：2 和 1，这两个数字，没有一个位置是对的！

△ =2：2、1 这两个数字，全部都是密码里面的数字，只是两个数字位置都放反了。

梳理：密码就由【1 和 2】这两个数字组成，因为△一共是 2 个，代表 2 个数字都在密码中。但是：

输入的十位是 2 → ◯ =0，说明密码的十位≠2 ，输入的个位是 1 → ◯ =0，说明密码的个位≠1

数字只有 1 和 2 两个，十位不能是 2，那十位只能是 1；个位不能是 1，那个位只能是 2。

密码：1 2

验算一遍，给学生看

密码：1 2

猜测：2 1

数字 2：密码里有 2，但猜测放在十位，密码 2 在个位 →数字对，位置错 → △

数字 1：密码里有 1，但猜测放在个位，密码 1 在十位 →数字对，位置错 → △

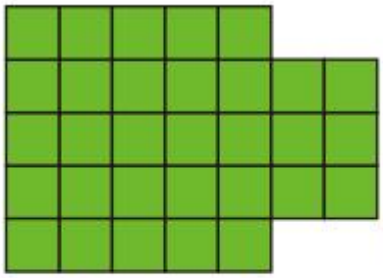
◯ =0，△=2，完全符合题目条件。

6. 组合拼图板

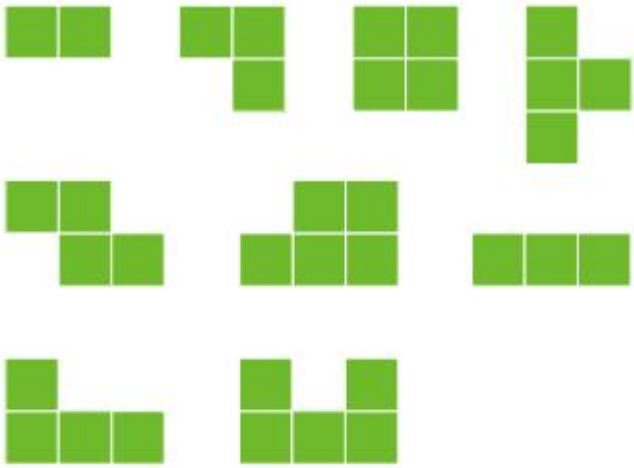
组合拼图板属于挑战难题部分，是通过观察，从下方 9 枚拼图板中，选出可以拼出示例图形的拼图板。

即使拼图板翻转也没有关系。

需要学生用多种方法来解题。可以先请学生将下方的 9 枚拼图板，先编好 1-9 的号码，然后思考哪几枚拼图板可以拼出示例，将号码记录下来。再思考还有哪几块能拼出图形，组合方法有很多种，鼓励学生用多种方法解题。



（示例）



（本题中的模型比实际缩小了1/2）