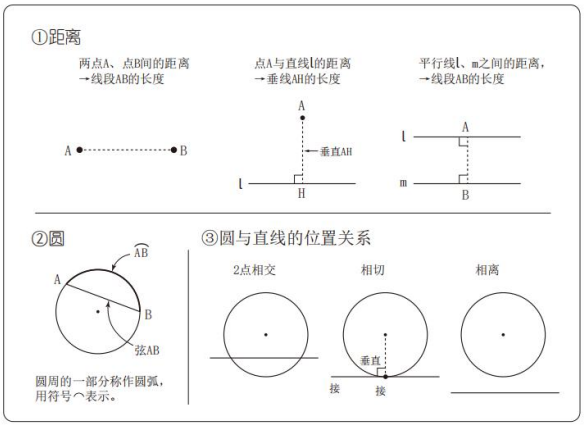
Silver30-Silver34 经典题型解析

1. 图形的基本知识

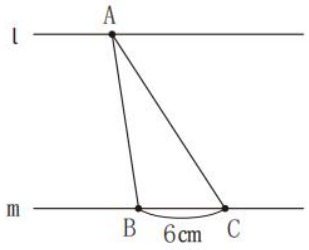
(1) S30-1 级题目



如右图，直线l与直线m平行。
点A在直线l上移到，点B、C是直线m上的点，BC=6cm。
当△ABC的面积是36cm² 时，回答如下问题。

（1）以边BC为底边时，求△ABC的高。

（2）求直线l、m之间的距离。



（1）答案（　　）cm

（2）答案（　　）cm

学生通过①的内容，知道从点向直线作垂线，垂线段 AH 的长度，叫做点到直线的距离。平行线间的距离处处相等。

两条平行线之间的距离，就是两条线之间垂线段的长度。无论 A 点在直线 l 上怎么左右移动，△ABC 的底 BC 不变，高永远等于平行线距离，面积不变（等底等高）。

想要解这道题，还需要三角形面积公式的逆用，以及理解平行线间的距离 = 三角形的高。

三角形面积公式：S=1/2×底×高

变形：高 = 面积×2÷底

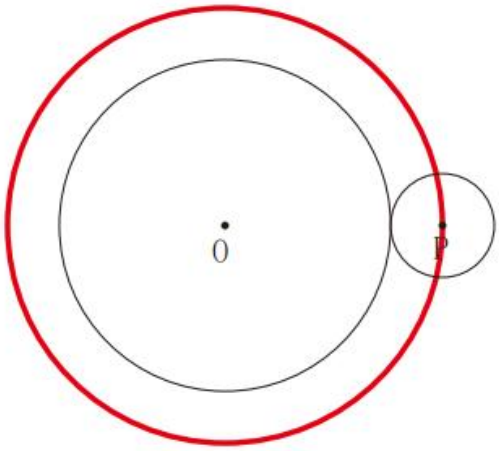
① 求△ABC 以 BC 为底对应的高，h=36×2÷6=72÷6=12cm

② 求平行线 l、m 之间的距离，关键点：A 在直线 l 上，BC 在直线 m 上；两条直线平行。

三角形以 BC 为底的高，就是两条平行线之间的垂直距离。所以平行线距离=12cm

(2) S30-2 级题目

如下图所示，半径是 1cm 的圆 P，沿半径是 6cm 圆 O 的圆周滚动。圆 P 回到原来位置时，回答点 P 运动所形成的图形是什么图形，并画出来。



解题重点：

① 理解：小圆在大圆外侧滚动，两圆心距离 = 大圆半径 + 小圆半径

② 圆的定义：到定点距离固定的点的轨迹是圆。

③ 分清：圆心 P 的运动轨迹 ≠ 小圆边缘上某一点的摆线。题目问的是圆心 P，不是小圆边上的点！（看图：P 标注在小圆中心）

讲解过程：

① 先观察：小圆贴着大圆外侧滚，小圆的圆心是 P，大圆中心是 O。

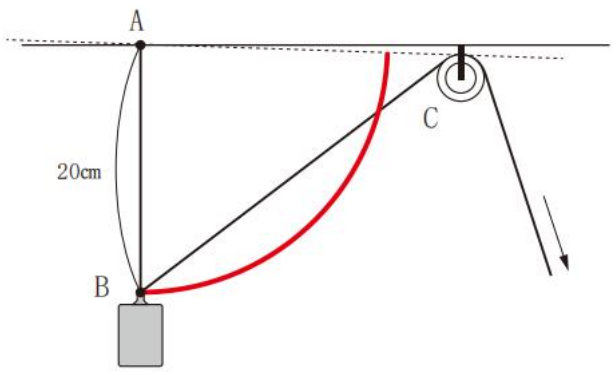
② 想一想：滚动的时候，O 到 P 之间的距离会不会变？大圆半径 6，小圆半径 1，两个圆心之间永远是 6+1=7cm

③ 回忆圆定义：到定点 O 距离等于定长的所有点组成的图形就是圆。定点 O，定长 7cm，所以 P 点走过的轨迹是一个圆。

④ 画图：以 O 为圆心，7cm 长度画圆。

(3) S30-3 级题目

如下图所示，用 20cm 长的绳子吊着重物 B。在 B 点再拴一根绳子，通过滑轮 C 拉绳子，回答点 B 的运动轨迹形成什么图形，并画出来。



解题分析

核心条件：A 是固定点，绳子 AB 长度固定为 20cm。B 点下面挂重物，所以 AB 这段绳子始终绷紧，A 到 B 的距离永远等于 20cm。滑轮 C 那根绳子只是用来拉动 B 点左右摆动，不会改变 AB 绳长 20cm。

圆的定义：到定点的距离等于定长的所有点组成的图形，叫做圆。

定点：A

定长：20cm

B 点会以 A 为圆心，20cm 为半径来回摆动；因为 B 只能在 A 点下方一侧运动，B 的运动轨迹是一段圆弧（半圆的一部分，以 A 为圆心，半径 20cm）。

结论：点 B 运动轨迹是以 A 为圆心，20cm 为半径的圆弧。

画图方法

① 以 A 点作为圆心；

② 取半径 20cm；

③ 在 A 点下方画一段圆弧，就是 B 点移动的轨迹。

重点：抓住不变量：AB 绳子长度不变，A 是固定不动的定点。只要定点+定长，轨迹就是圆弧。

课堂讲解话术

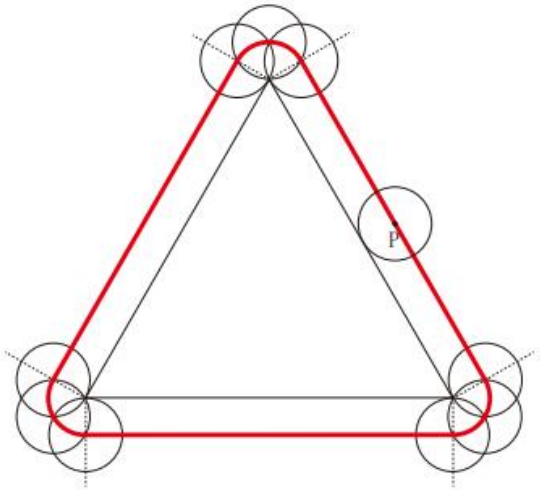
① A 点固定，AB 绳子长一直是 20cm，不会变长变短。

② 拉动 C 侧绳子，只会让 B 左右摆，B 到 A 的距离始终保持 20 厘米。

③ 根据圆的定义：到定点 A 距离等于 20cm 的点，轨迹就是圆弧。

(4) S30 级等级测试

如下图所示，半径是 1cm 的圆 P，沿边长是 10cm 的正三角形滚动。圆 P 回到原来位置时，点 P 运动所形成的轨迹是什么图形，请画出来。



核心分析

1. 在三角形的边上滚动的时候**圆贴着三角形一条边滚动，圆心 P 到这条边的垂直距离永远等于小圆半径 1cm。所以每一条边对应的圆心轨迹，是和三角形边平行的线段，长度 = 10cm。

2. 在三角形顶点拐弯的时候（重点）正三角形内角 60°，小圆滚到顶点，要转弯绕过去：外角 = 180°-60° =120°。每经过一个顶点，圆心 P 会画一段圆心角 120°、半径 1cm 的圆弧。正三角形一共 3 个顶点，三段圆弧：120°×3=360°，三段圆弧刚好拼成一个完整的圆。

结论

点 P 的轨迹由两部分组成：

3 条线段：每条长 10cm，分别平行于正三角形的三条边；

3 段圆心角 120°、半径 1cm 的圆弧，3 段合起来正好 1 个整圆；

整体图形：一个大的三角形轮廓，三个角替换成向外凸的圆弧（圆角三角形）。

画图步骤

1. 先画原来边长 10cm 的正三角形；

2. 把三角形三条边，各自向外平移 1cm，得到 3 条平行线段；

3. 在每两个相邻线段的端点之间，画一段半径 1cm、圆心角 120°的向外圆弧；这三条线段+三段圆弧，就是 P 点完整轨迹。

重点

1. 沿直线边滚动：圆心轨迹是平行线段，到边距离=小圆半径。

2. 顶点转弯：圆心会画圆弧，圆弧半径=小圆半径。

3. 正三角形 3 个外角之和是 360°，3 段圆弧拼起来刚好是一整个圆。

课堂讲解话术

① 小圆沿着三角形直边滚动：圆心 P 离三角形边永远保持 1cm，所以轨迹是平行的线段，长度等于三角形

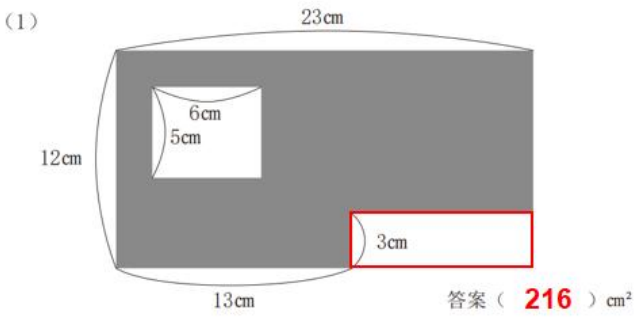
边长 10cm。

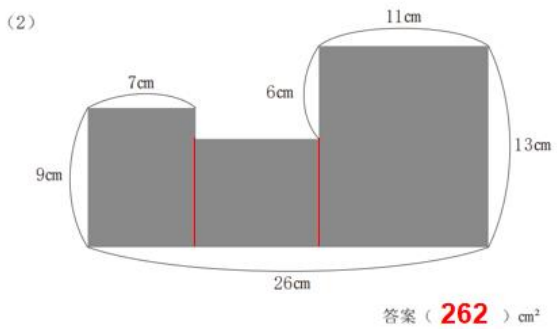
② 小圆滚到顶点，不能直接拐直角，圆心要绕顶点画一段圆弧。正三角形每个外角是 120°，3 个顶点三段圆弧，加起来正好一圈 360°，拼成一个完整小圆。

③ 所以 P 的轨迹：三条平行线段 + 三个向外凸的圆弧，整体是圆角三角形。

(5) S33-1 级题目

四个角都相等的四边形叫做长方形。长方形的面积可以通过两条边的长×宽来计算。请计算下面图形的面积。



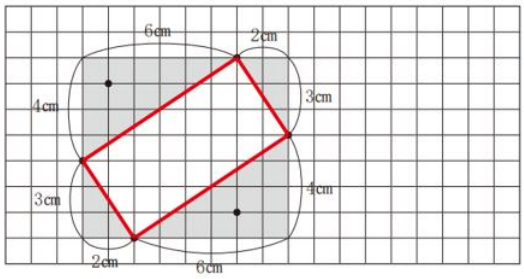


本题目，需要熟记长方形面积公式：S=长×高

第一题可以考虑从补图形的方式来解题，第二题可以考虑从分割图形的方式来解题。S33-2 的题目语此题目接替方式相同。

(6) S33-3 第二小题

找出长方形，并计算其面积。其中，每个方格的边长为 1cm。



（长方形的面积 = 大长方形面积 - 四个三角形面积）

$= 56cm^2 - 30cm^2$

$= 26cm^2$

第一步：什么意思?

长方形有 4 个顶点，必须满足：

① 4 个点连接起来是长方形（对边平行、4 个直角）

② 4 个顶点必须是图上给出的黑点，不能自己随便画点。

③ 网格中，横向、纵向数格子就能得到长和宽。

第二步：做题步骤

① 先找 4 个黑点，构成长方*在网格里观察 6 个黑点，挑选 4 个点，横向、纵向对齐，形成长方形。

② 数格子，得到长、宽每个方格边长 1cm，数横向有几格就是长，纵向几格就是宽。

③ 长方形面积公式：面积=长×宽

第三步：讲解话术

① 题目给了 6 个黑点，我们要从中挑 4 个点作为长方形的四个角（顶点）。

② 长方形要求：对边相等，四个角都是直角，在方格纸上，就是水平、竖直的边。

③ 找到 4 个点之后，数长占几格，宽占几格，一格是 1cm，代入公式算面积。

重难点

重点

① 理解：长方形的 4 个顶点必须是图上标记的黑点。

② 在方格图里数长度，掌握长方形面积公式。

难点

① 学生容易随便画长方形，顶点没有落在黑点上，不符合题目要求。

② 找 4 个点的时候，分不清哪四个点可以组成长方形，会乱选点。

小提示

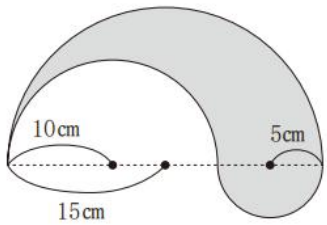
长方形在方格网中，对角两个点的横向距离、纵向距离要匹配。

举个例子：如果选出的 4 点，横向间隔 6 格，纵向间隔 4 格长= 6cm，宽= 4cm，面积=6×4=24 ㎠

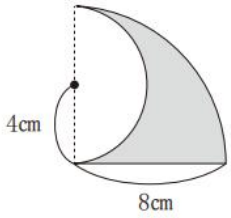
(7) S34-2 级题目

请计算涂色部分的面积。

（1）



（2）

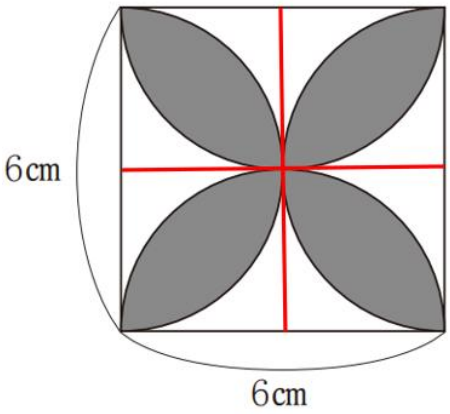


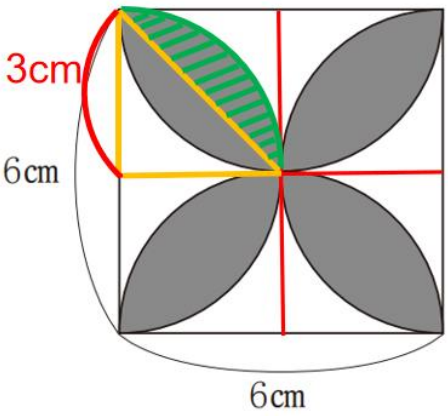
第一题：先根据图中给出的半径，求出最大半圆的面积，最大的圆半径为 15cm,再求出半径为 10cm 的半圆面积，最后求出半径为 5cm 灰色半圆的面积。最大半圆面积减去 10cm 半圆面积加上 5cm 灰色半圆面积，就是最终涂色部分的面积。

第二题：先求出半径为 8cm 的扇形面积，再求出直径为 4cm 半圆面积，最后进行相减，就是涂色部分的面积。

(8) S34-3 级题目

请计算涂色部分的面积。





此题可以通过切分图形的方式来解题

引导话术：

大家看花瓣，它不是完整圆，是两块圆弧叠出来的。我们把大图形切小，看最小的这一小块月牙：扇形减

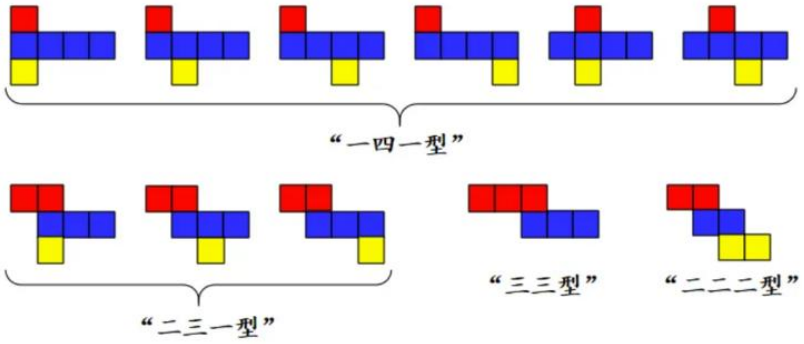
去三角形，得到一小片阴影。数一数，图里一共 8 片一模一样的小月牙，算出 1 片，乘 8，全部阴影就出来了。

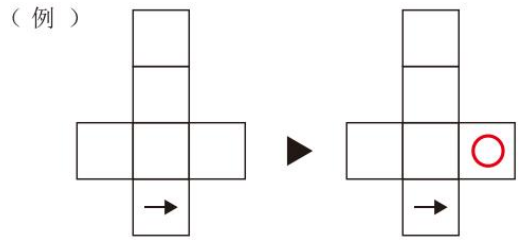
通过切分后，得到一个半径为 3cm 的扇形，以及高为 3cm，底为 3cm 的直角三角形，用扇形面积减去直角三角形面积就会得到绿色阴影部分的面积，即 1/8 个花瓣的面积，将结果乘以 8，就是所有阴影部分的面积。

2. 拼接展开图

此类型题与立方体的展开图有关，什么是立体图形的展开图呢？拼接后能成为立方体的就是展开图，立方体的展开图一共右 11 种。需要想象如果将展开图拼接成正方体后，找出箭头所指的那一面。

首先来了解展开图有哪 11 种，通常分为 4 大类，分别为“141 型”、“231 型”、“222 型”、“33 型”。其中“141 型”的展开图有 6 种，“231 型”的展开图有 3 种，“222 型”的有且只有 1 种，“33 型”的展开图也是有且仅有 1 种。（如下图所示）





（例题展示）

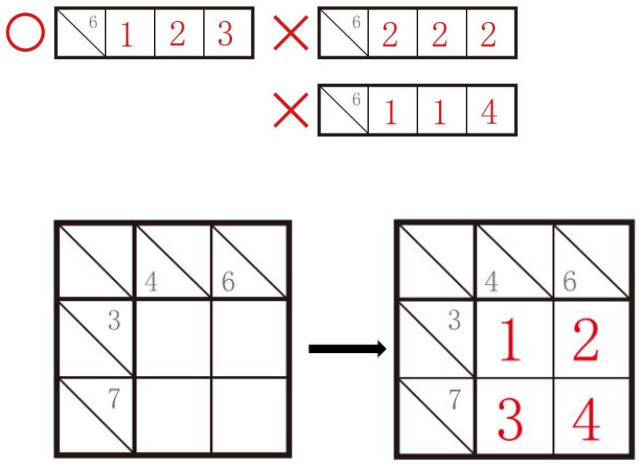
如果在解题当中遇到困难，可以制作一张展开图，实际拼接一下，找出拼接后箭头所指向的那一面。

3. 加法迷宫 B

加法迷宫 B，与数字谜题“数迷”相似。

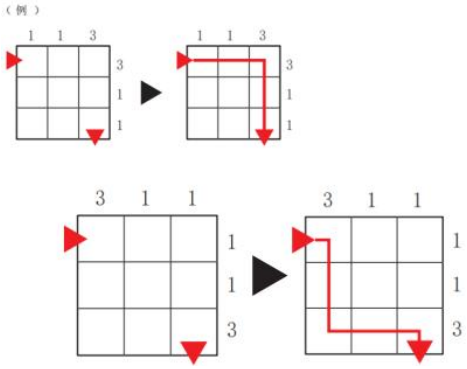
先来了解一下解题规则：方格中右上角的小数字是所指这一行的数字之和。但是需要注意，这一行的数字不可以出现相同的数字，所以，这两种答案都是错的。

来一起观察例题：



4. 开辟道路 C

开辟道路 C，是一种逻辑谜题，数字表示每一行、每一列中线路通过的空格的数量。从起点到终点开辟一条线路。注意同一空格仅可通过一次。线路方向只能是横向和纵向，不可斜向前进。

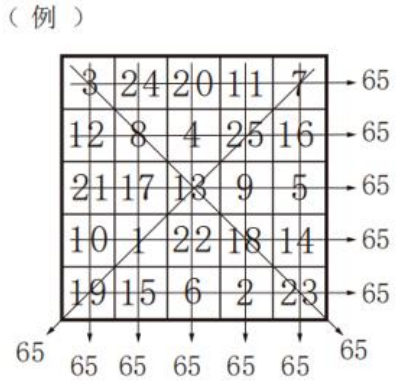


学生在解题过程中，需同时观察横纵两侧的数字，一边思考下一步如何走，一边思考这样前进是否满足横纵两侧的数字要求，按照规则、解题依据，通过不断试错，不断推理验证的方法来解决问题吧。

5. 魔方阵

魔方阵，中古代又称纵横图或幻方。是一种拥有悠久历史的数学游戏。何谓魔方阵？由 n×n 个数字所组成的 n 阶方阵，具有各对角线，各横列与纵行的数字和都相等的性质，称为魔方阵。

S30 级中所涉及的魔方阵练习，为 5 阶魔方阵，需要在十六宫格的空格中填入 1~25 中的数字，使魔方阵中每一横行、每一竖列以及两条对角线上的数字之和均相同（和为 65）。需注意 1~25 中的数字仅可使用一次。需要学生从魔方阵中读取已知信息，灵活运用掌握的知识通过一次次试错自行推导出答案，以此培养观察能力、计算能力、逻辑思考能力以及推理能力。



17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

学生可以通过一次次试错的方式即反复推理验证的方式，来寻找答案。

例如左侧第二列中，?+5+6+?+18=65，通过这样的思考方式，计算出空格中的数字，得出答案后，再进行验算。通过这样的方式，来寻找答案吧。

6. 等分图形面积

等分图形面积，需要画出一条通过蓝色原点的线，来等分图形的面积。在解此类题时，一定要熟记常见平面图形的面积公式：

长方形：面积=长×宽，　S=ab

正方形：面积=边长×边长，　$S=a^2$

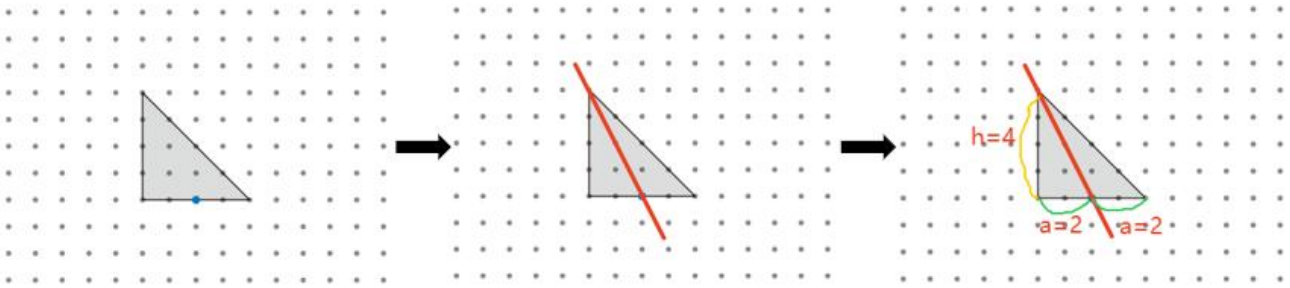
三角形：面积=底×高÷2，　S=ah/2

平行四边形：面积=底×高，　S=ah

梯形：面积=（上底+下底）×高÷2，　S=(a+b)h/2

圆：面积=半径×半径×π

同时，还要学习辅助线的使用方式，例如下题：



通过思考，可以得出这条红色的线，可以将三角形的面积等分，因为分割后的两个三角形的底边都是 2，而且有一条相同的高，所以从上方的顶点与蓝色的点相连，就可以将图形进行等分了。

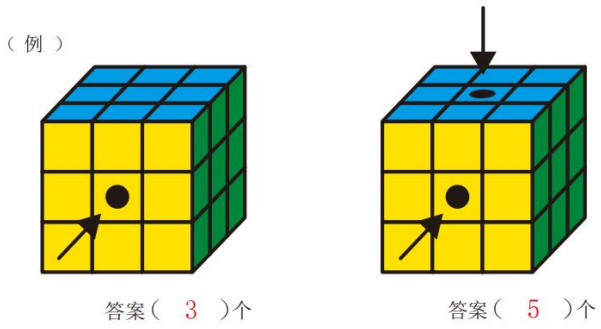
7. 有孔的正方体个数

由 36 个正方体组成的立方体，在此立方体上打孔。试算出带孔正方体的个数。

这类题属于“立体几何启蒙题”，不是单纯计算题，重点不在算出数字，而在“想象 + 有序计数 + 处理重叠”。学生在思考时，需要在脑海里构建立“三维立体结构”，能想象 3×3×3 立方体的前后、左右、上下三层，区分看得见的表面方块和看不见的内部方块。在解题时，学生需要明确以下两个问题。

问题 1：打孔是 “打通穿透”不是只打表面那个黑点！箭头代表钻头一直穿过去，整条线上所有被钻到的小正方体，全部算带孔。很多学生误以为只有画黑点的才是带孔，忽略钻头穿透内部方块。

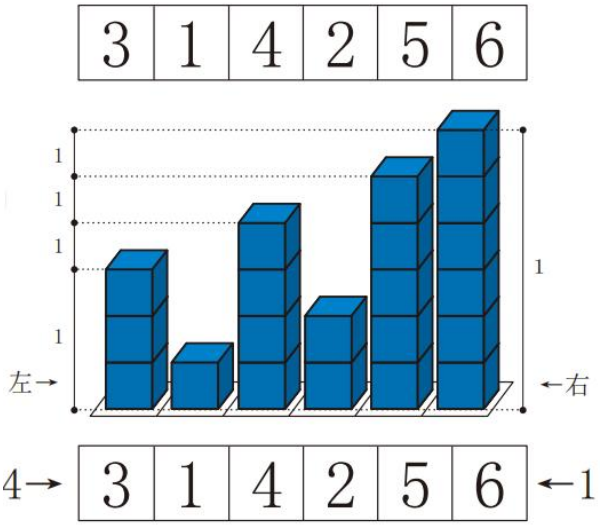
问题 2：最大易错点：重复计数！学生会直接 3+3=6，忘记中间相交的方块只能算 1 次。一句话口诀：**孔相交，交点只算一次，多加的要减掉。（重叠去重，对应容斥原理启蒙）



8. 积木迷宫 6 层

积木迷宫即 Skyscrapers （"摩天楼"），是一种逻辑谜题。目标是在空格中填上数字，数字在每行和每列里不得重复。要填上的数字表示在空格中的积木有多少层；空格外的数字指出能看到几个在相应的行或列

里的积木。如下图所示：



从左看，能看到 4 组积木，分别是一组 3 层、一组 4 层、一组 5 层和一组 6 层的。而从右看，只能看到，一组 6 层的。首先要明白，根据方格外的数字和箭头来推断方格中的数字，而方格中的数字代表的是每组积木的层数。

学生需在各行各列的空格内填入数字 1～6，使搭建后的 6 组积木从各个方向观察均与箭头所示的数字相符。注意各行各列所填数字不可重复（这和数独题有些类似）。

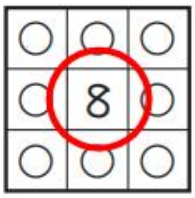
学生在思考的过程中，如果遇到较大困难，可以如上图一样，实际摆放 6 组积木，从左、右分别观察积木，便于学生理解。并且，要明确“2→”与“←2”的含义（从左看，能看到两组积木，从右看，也可以看到 2 组积木）。此类型题，需要学生不断试错，不断推理验证。并在思考的过程中需要在大脑中进行空间想象（在大脑中想象如何摆放这几组积木才能符合条件）。

9. 扫雷

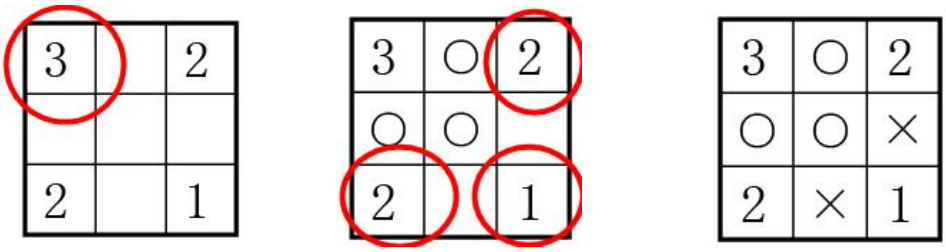
通过数字，找出哪个方格中有炸弹，在有炸弹的方格中画○，没有炸弹的画×。方格中的数字表示数字周围

的炸弹个数，如何来确定呢？来观察一下下方的示例

数字 8 ，代表在数字 8 的周围有 8 枚炸弹，可以以 8 为中心，画一个圆，这个圆所涉及到的方格，就是会埋炸弹的地方。



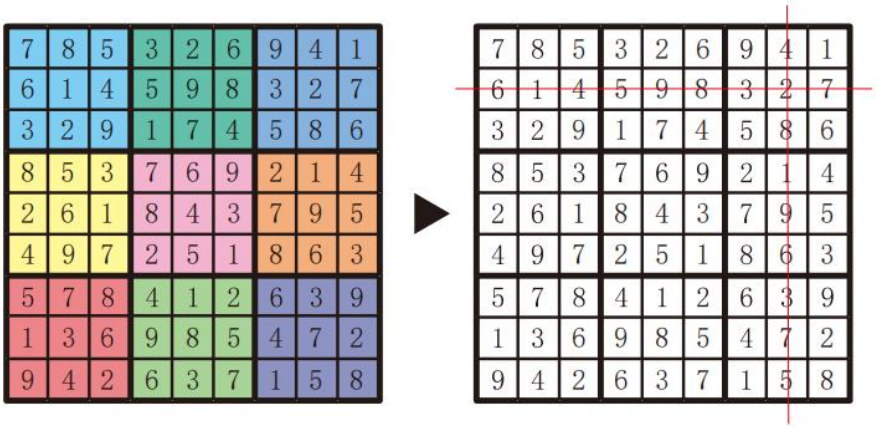
数字 3 ，代表在数字 3 的周围有 3 枚炸弹，以 3 为中心，画一个圆，就可以确定 3 周围的炸弹位置了。以此方法，分别判断其他几个数字周围的炸弹位置。两个数字 2 的周围都已经有 2 枚炸弹，数字 1 周围也有一枚，确定好所有炸弹的位置，就可以在没有炸弹的方格中画×。



10. 数独

数独是一种非常著名的数学游戏。是一种运用纸、笔进行演算的逻辑游戏。“数”是数字的意思，“独”是唯一的意思。学生需要根据盘面上的已知数字，推理出所有剩余空格的数字，并满足每一行、每一列、每一个粗线框出的宫内的数字均包含 1-N，且不可重复。要求学生根据已知数字和解题条件，通过观察与推理得出答案，以此培养学生的观察能力、逻辑推理能力以及解决问题的能力。

9 的数独：即在空格中，分别填入数字 1~9，使粗线框出的长方形以及每横行，每竖列中均含有不重复的数字 1~9。



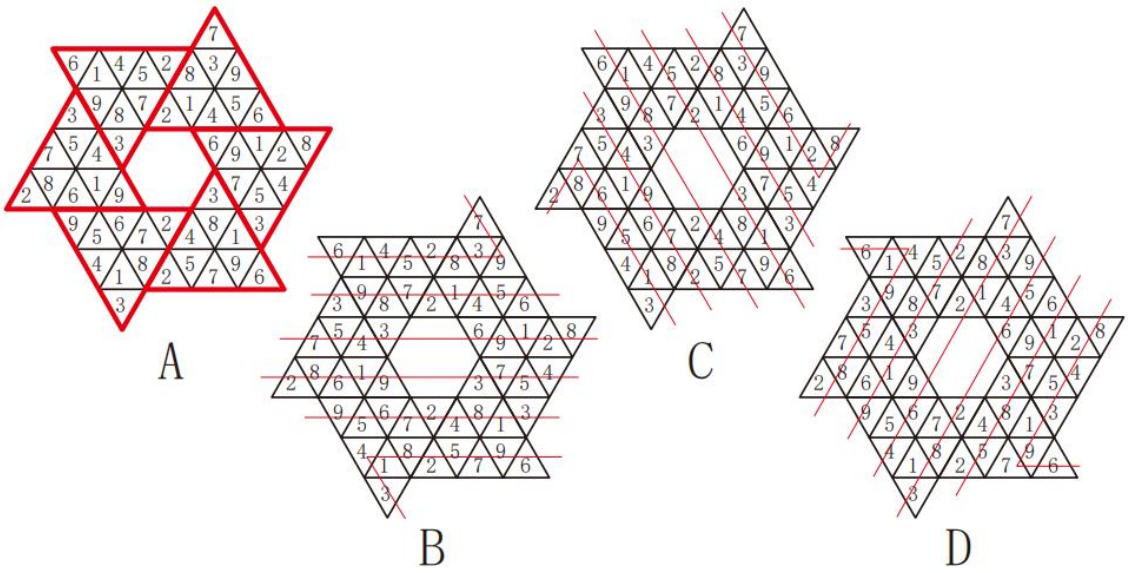
在解题的过程中，学生可以从有较多数字的行、列或粗框正方形开始着手，以此来缩小答案范围。

星状数独

这是六角星（大卫之星），由 6 个互相重叠的**大三角形组成。普通数独：行、列、3×3 九宫*3 个约束。

星状数独：大三角形 + 三组方向斜线，一共 4 个约束（A/B/C/D），约束更多，要同时满足 4 个条件。

在每个三角形内分别填入 1～9 中的数字，使 A，B，C，D 四种情况都成立。



6 个大三角形（A 的红框）：每个大三角内部 9 格，1~9 各出现一次，不能重复。

三组方向的直线（B/C/D 三组斜线）：沿着同一个方向拉一条直线，穿过的所有小三角形，数字不能重复。

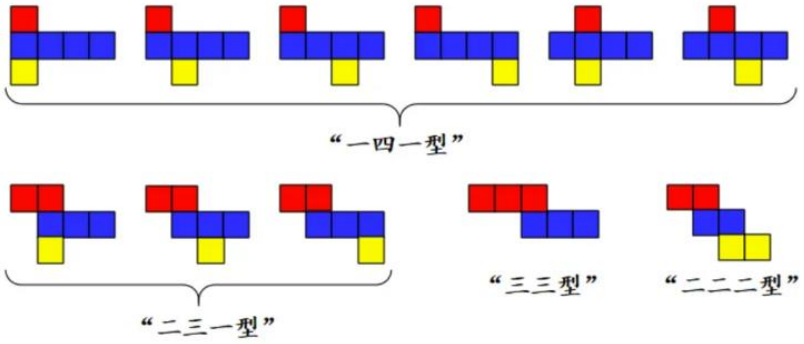
重点：一个小三角格子，会同时属于 1 个大三角形+ 1 条 B 方向直线 +1 条 C 方向直线+1 条 D 方向直线

填数字的时候，这 4 个条件全部都要满足！

11. 骰子展开图

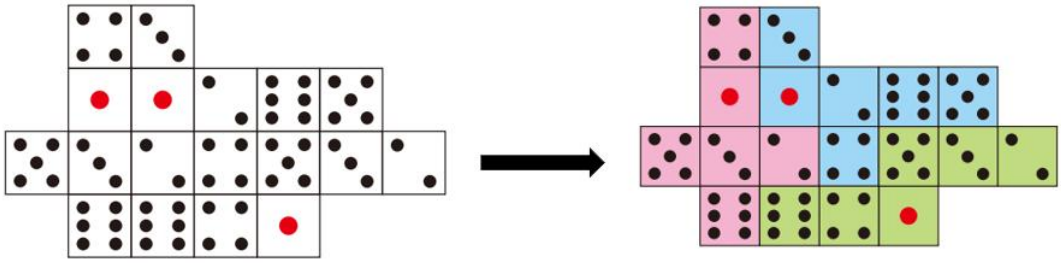
此类型题与立方体的展开图有关，什么是立体图形的展开图呢？拼接后能成为立方体的就是展开图，立方体的展开图一共右 11 种，在解这类题型时，不仅要知道展开图，还要知道骰子相对面的点子和为 7 的规则。

首先来了解展开图有哪 11 种，通常分为 4 大类，分别为“141 型”、“231 型”、“222 型”、“33 型”。其中“141 型”的展开图有 6 种，“231 型”的展开图有 3 种，“222 型”的有且只有 1 种，“33 型”的展开图也是有且仅有 1 种。（如下图所示）



认识这 11 种展开图后，思考骰子点子的分布规律（相对面的点子和为 7），就来尝试着分解骰子展开图吧。在解题的过程中，学生一定要反复尝试，不要轻易放弃。

以下图为例：



12. 横纵计算

此类习题，最重要的是要让学生读懂解题规则

【规则】

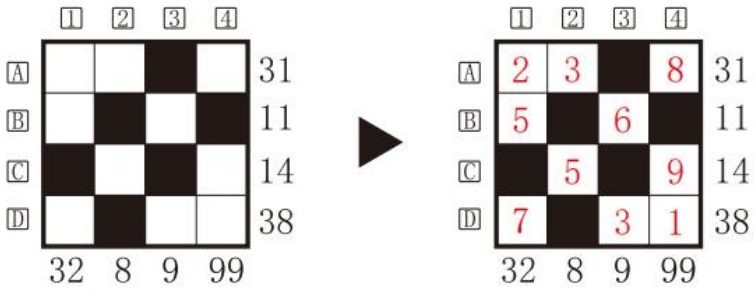
①在每一个方格内分别填入 1～9 的数字。

②可以使用相同的数字，但在同一行或列中不允许有相同的数字。

③ 横行方格中，2 个连续方格组成的两位数+1 个方格的数=行右侧的结果（23+8=31）

④ 竖列方格中，1 个方格的数+2 个连续方格组成的两位数=列下方的结果（8+91=99）

⑤ 横行方格中，无连续方格出现，1 个方格的数+1 个方格的数=行右侧的结果（5+6=11）



重难点：读懂什么时候拼成两位数，什么时候直接相加。

重难点 1：只要两个白格子紧紧挨在一起（横向相邻 / 纵向相邻）→拼成两位数。

重难点 2：两个白格子中间隔黑色方块，不相邻 → 两个数字直接相加。

一定要拿例题对比，让学生圈出黑方块，判断格子是否相连。很多学生分不清什么时候拼两位数。

重难点 3：区分横行规则、竖列规则。横行：左右相邻拼两位数；竖列：上下相邻拼两位数。很多学生会把竖列左右拼，或者横行上下拼。

学生一旦明确解题规则后，需要按照规则反复进行逻辑推理、有序试数。在推理过程中，感知位值概念。

【位值概念：理解十位、个位，比如数字 1 和 2 放在一起，不是 1+2，而是 12（位值是小学重难点）】

13. 推算密码

首次解决这类问题时，学生需要先把规则理解明白，再拆解例题，最后做题。

第一步：讲清楚 3 条规则（重中之重，拿例题辅助理解）

①密码是 1～9 的数字，且各数字只能使用一次。

②数字和数位都正确的个数，计入◯栏内。

③数字正确，但数位不正确的个数，记入△栏内。

	百位	十位	个位	○	△
第一次输入	7	1	2	1	0
第二次输入	8	5	1	0	3
第三次输入	5	8	7	1	1

	百位	十位	个位
正确密码	5	1	8

分析规则：

① 密码是 1～9 的数字，每个数字只能用一次（两位数，十位、个位数字不一样）

② ◯：数字对，位置（数位）也对，一个 ◯ 代表 1 个。

例：密码 518，输入 581，5 在百位，位置对，记 1 个 ◯

③ △：数字本身是密码里有的，但是放错位置了，一个△代表 1 个。例：密码 518，输入 851，8、5、1 数字全都对，但位置全错，记 3 个△。

重难点：

难点 1：区分◯和△的含义（最大难点），很多孩子混淆：以为△是 “错的数字”。

纠正：◯ 和 △都代表数字是密码里存在的，差别只看位置对不对。

◯：数字对 + 位置对

△：数字对 + 位置错

不在 ◯△里的数字：密码根本没有这个数。

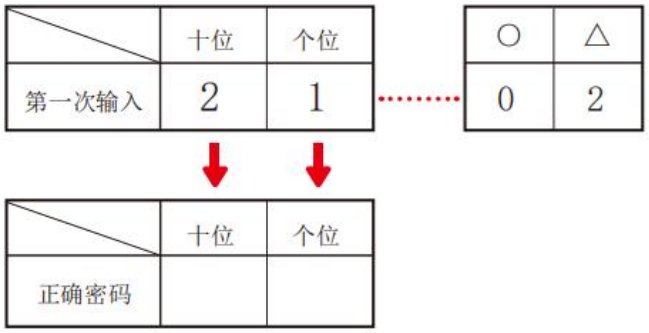
重点 1：◯ =0 很重要！◯等于 0，说明：本次猜测的所有数字，没有一个站对位置！

重点 2：密码数字不重复两位数，两个数字不能一样，所以不用考虑 11、22 这种情况。

总结：

◯ ：数字对，站对地方；　　△：数字对，站错地方；　　没标记：数字不存在。

分析题目：



看本题条件

两位数密码：十位、个位，两个数字不重复。第一次输入：2　1，结果：◯ =0，△ =2

翻译条件，带着学生读：

◯ =0：2 和 1，这两个数字，没有一个位置是对的！

△ =2：2、1 这两个数字，全部都是密码里面的数字，只是两个数字位置都放反了。

梳理：密码就由【1 和 2】这两个数字组成，因为△一共是 2 个，代表 2 个数字都在密码中。但是：

输入的十位是 2 → ◯ =0，说明密码的十位≠2 ，输入的个位是 1 → ◯ =0，说明密码的个位≠1

数字只有 1 和 2 两个，十位不能是 2，那十位只能是 1；个位不能是 1，那个位只能是 2。

密码：1 2

验算一遍，给学生看

密码：1 2

猜测：2 1

数字 2：密码里有 2，但猜测放在十位，密码 2 在个位 →数字对，位置错 → △

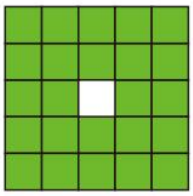
数字 1：密码里有 1，但猜测放在个位，密码 1 在十位 →数字对，位置错 → △

○ =0，△=2，完全符合题目条件。

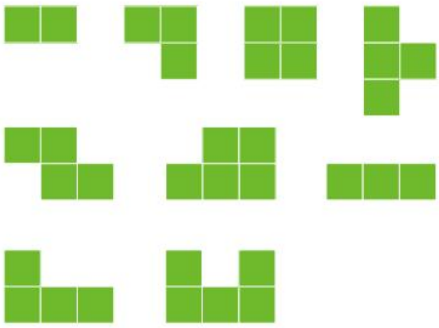
14. 组合拼图板

组合拼图板属于挑战难题部分，是通过观察，从下方 9 枚拼图板中，选出可以拼出示例图形的拼图板。即使拼图板翻转也没有关系。

需要学生用多种方法来解题。可以先请学生将下方的 9 枚拼图板，先编好 1-9 的号码，然后思考哪几枚拼图板可以拼出示例，将号码记录下来。再思考还有哪几块能拼出图形，组合方法有很多种，鼓励学生用多种方法解题。



（示例）



（本题中的模型比实际缩小了1/2）